

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשס"ט, 2009
מספר השאלון: 303,035003
נספח: דפי נוסחאות ל-3 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ג'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה חמש שאלות בנושאים:
אלגברה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
עליך לענות על שלוש שאלות — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מינודות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

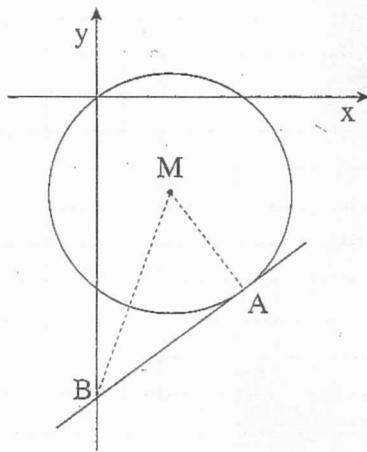
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

אלגברה

1. רכבת עוברת כל יום מרחק של 500 ק"מ במהירות קבועה.
יום אחד, לאחר שעברה 200 ק"מ במהירותה הרגילה, חלה תקלה ברכבת,
והיא עצרה ל- $\frac{1}{2}$ שעה כדי לתקן את התקלה.
מיד לאחר מכן המשיכה הרכבת בדרכה. היא עברה את שאר המרחק במהירות
הגדולה פי 1.2 ממהירותה הרגילה, והגיעה בזמן ליעדה.
מצא את המהירות הרגילה של הרכבת.

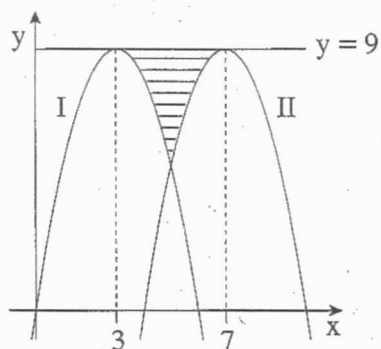


2. נקודה M היא מרכז המעגל
 $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25$
בנקודה A (6, -8) מעבירים משיק למעגל.
המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה B
(ראה ציור).
 - א. מצא את משוואת הישר AM.
 - ב. מצא את משוואת המשיק.
 - ג. מצא את שטח המשולש ABM.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 3 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה עבור $x > 0$.
 - הראה כי הפונקציה עולה עבור $x < 0$.

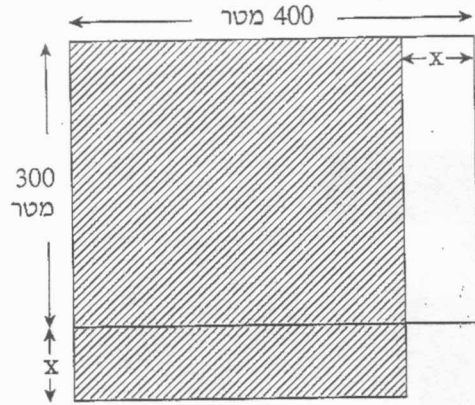


4. הגרפים I ו-II שבצירוף הם של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 6x$$

$$g(x) = -x^2 + 14x - 40$$

- איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.
- הישר $y = 9$ משיק לגרף I בנקודה שבה $x = 3$, ולגרף II הוא משיק בנקודה שבה $x = 7$. מצא את השטח המוגבל על ידי שני הגרפים ועל ידי הישר $y = 9$ (השטח המקוקר בצירוף).



5. למר ישראלי חלקת אדמה בצורת מלבן שאורכו 400 מטר ורוחבו 300 מטר. מר ישראלי רוצה לקצר את האורך של החלקה ב- x מטר, ולהאריך את רוחבה ב- x מטר כך שתתקבל חלקה חדשה (השטח המקווקו בציור). מצא את הערך של x שעבורו שטח החלקה החדשה יהיה מקסימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

שים לב!
שאלה 6 מיועדת רק לתלמידים שאושר להם
מבחן מותאם
(מדבקה סגולה)

עליך לענות על שלוש מהשאלות 1-6.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^2 + 3$.

- א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ג. (1) מצא את ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודות המינימום שלה.
(2) האם יש נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$ ששיעור ה- y שלה הוא -6 ?
אם כן – מצא את שיעור ה- x שלה.
אם לא – נמק מדוע לא.

003 תרגיל

משוואה:

$$\frac{500}{V} = \frac{200}{V} + \frac{1}{2} + \frac{300}{1.2V} \Leftrightarrow$$

$$V = 100 \text{ ש"ח}$$

S	V	t	(1)
500	V	$\frac{500}{V}$	ב הזמן
200	V	$\frac{200}{V}$	הזמן הנשאר
0	0	$\frac{1}{2}$	הזמן
300	1.2V	$\frac{300}{1.2V}$	הזמן הנשאר

(2) משוואת המסלול: $M(3, -4)$, $S = 01'01$, (AM) כווין

(14) שיפוע AM:

$$m = \frac{-8+4}{6-3} = -\frac{4}{3}$$

משוואת ישר המשיק לנקודה $M(3, -4)$ ושיפוע $-\frac{4}{3}$:

$$y+4 = -\frac{4}{3}(x-3)$$

$$y = -\frac{4}{3}x$$

(15) שוויון זווית בין המשיק לנורמל 90° אומר:

$$-\frac{4}{3} \cdot m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{3}{4}$$

משוואת המשיק לנקודה $A(6, -8)$ ושיפוע $\frac{3}{4}$:

$$y+8 = \frac{3}{4}(x-6)$$

$$y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2}$$

(16) נקודה B: $x=0 \Leftrightarrow y = -12\frac{1}{2} \Leftrightarrow B(0, -12\frac{1}{2})$

אורך AB:

$$d^2 = (6-0)^2 + (-8+12\frac{1}{2})^2$$

$$d^2 = 56.25 \Rightarrow d = 7.5$$

שטח ΔABM :

$$S_{\Delta ABM} = \frac{7.5 \cdot 5}{2} \Rightarrow S = 18.75 \text{ ש"ח}$$

$$y' = \frac{4}{x^2} - \frac{2x}{(x^2)^2} \Leftrightarrow y = 3 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} \quad (3)$$

(1) תחום הגדרה: $x \neq 0$

(2) חימוך עם ציר x : $y=0$, נציב במקורית ונקבל: $x_1=1$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

↓

$(1, 0), (\frac{1}{3}, 0)$

(2) נציב $y'=0$ ונקבל: נפסל $x=0$ לפי תחום הגדרה

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

נציב $x = \frac{1}{2}$ במקורית ונקבל: $y = -1$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
y'	(-)	0	+
y	↘	min	↗

נבנה טבלה לקביעת סוג הקיצון:

נציב בנזרת: $x = \frac{1}{4} \Rightarrow y' = (-)$

$$x = 1: \Rightarrow y' = (+)$$

נקודת הקיצון: $(\frac{1}{2}, -1)_{min}$

(3) (1) עבור $x > 0$ ואם האבלה: יחידה: $0 < x < \frac{1}{2}$

אם: $\frac{1}{2} < x$

(2) $x < 0$, נציב בנזרת למשל $x = -1$ ונקבל: $y' = +$

קיבלנו שכאשר $x < 0$ יחידותי לעבן הבונקציה עולה.

4) אורך הזרעם תוך בראשית צירים ולכן
 זה בהכרח זרע $f(x)$ (כי הנקודה $(0,0)$ מקיימת יחד משוואתו).

$$g(x) = II, \quad f(x) = I$$

7) מצוינות נק' החיתוך בין הזרעים:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 6x \\ y = -x^2 + 14x - 40 \end{cases}$$

למחר שנשאל כיצד נפתור נקבל: $x=5$

$$\downarrow$$

$$S_1 = \int_3^5 \left[(9) - (-x^2 + 6x) \right] dx = \left| \frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 9x \right|$$

$x^2 - 6x + 9$ ↗

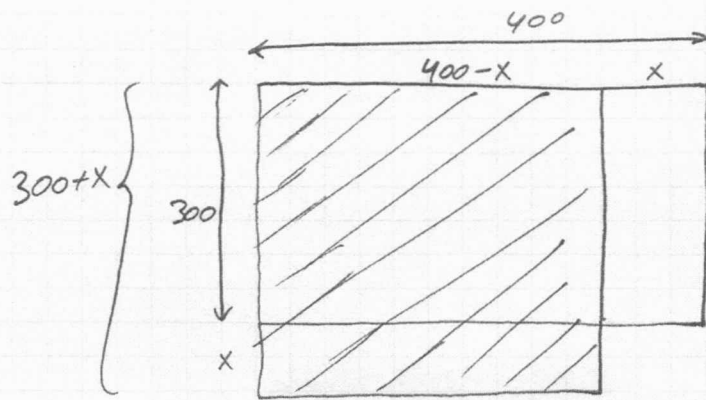
$$= \left(\frac{5^3}{3} - \frac{6 \cdot 5^2}{2} + 9 \cdot 5 \right) - \left(\frac{3^3}{3} - \frac{6 \cdot 3^2}{2} + 9 \cdot 3 \right) = 2 \frac{2}{3}$$

$$S_2 = \int_5^7 \left[(9) - (-x^2 + 14x - 40) \right] dx = \left| \frac{x^3}{3} - \frac{14x^2}{2} + 49x \right|$$

$x^2 - 14x + 49$ ↗

$$= \left(\frac{7^3}{3} - \frac{14 \cdot 7^2}{2} + 49 \cdot 7 \right) - \left(\frac{5^3}{3} - \frac{14 \cdot 5^2}{2} + 49 \cdot 5 \right) = 2 \frac{2}{3}$$

$$S_{\text{מקווקו}} = S_1 + S_2 \Rightarrow S = 5 \frac{1}{3}$$



$$\left(\begin{array}{l} \text{השטח הכולל} \\ \text{השטח הפתוח} \end{array} \right) S = (400-x)(300+x)$$

$$S = 120,000 + 100x - x^2$$

$$S' = 100 - 2x = 0$$

$$\boxed{x = 50}$$