

- סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: תשי"ע, מועד ב  
מספר השאלון: 307, 035007  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון ז'

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים –  $2 \times 33\frac{1}{3}$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $1 \times 33\frac{1}{3}$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות  
סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.  
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מעגל שמשוואתו  $x^2 + y^2 = 2ax$ ,  $a > 0$ .

במעגל מעבירים מיתר AB העובר דרך ראשית הצירים.

מנקודה B ממשיכים את המיתר עד לנקודה P כך ש-  $AB = BP$ , ושיעור ה-  $x$

של P הוא חיובי.

א. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות

באופן שתואר (הבע באמצעות  $a$ ).

(2) סרטט סקיצה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

ציין בסרטוט את נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם ציר ה-  $x$

(הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

ב. מזיזים את המקום הגאומטרי שסרטטת, כך שמרכזו נמצא בראשית הצירים.

כופלים ב-  $\frac{2}{3}$  את שיעור ה-  $y$  של כל אחת מהנקודות על המקום הגאומטרי בלי

לשנות את שיעורי ה-  $x$  של הנקודות.

(1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות שנוצרו באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בתת-סעיף ב (1)?

2. נתונה המשוואה  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$  ,  $a > 0$  ,  $a \neq 4$  .

א. עבור אילו ערכים של  $a$  מייצגת המשוואה:

(1) אליפסה?

(2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.

באליפסה חסומים: עיגול הנוגע באליפסה

בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- $y$ ,

וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים

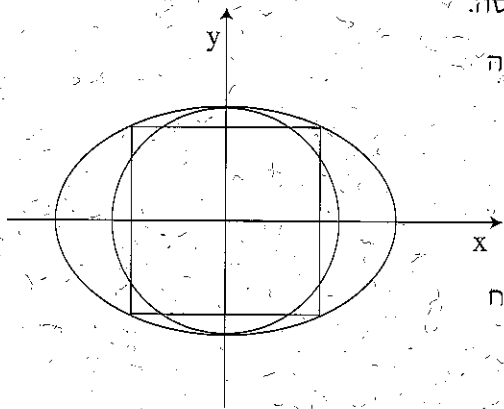
(ראה ציור).

היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח

הריבוע החסום הוא  $\frac{4\pi}{9}$ .

מצא את הערך של  $a^2$ .

הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.



3. נתונה הפירמידה  $SABCD$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1, 1, 8), C(-2, 2, -1), B(4, -2, 5), A(6, a, 9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:

$$\pi: \underline{x} = (2, -1, 4) + t(4, -3, 5) + s(2, -1, 1)$$

א. חשב את נפח הפירמידה  $SABCD$  (ערך מספרי).

ב. המישור  $\pi$  חותך את הצירים בנקודות  $K, L, M$ .

מצא את היחס בין נפח הפירמידה  $SABCD$  לבין נפח הפירמידה  $OKLM$

( $O$  – ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה  $SABCD$  חותך את כל המישורים שעליהם

מונחות פאות הפירמידה  $OKLM$ ? נמק.

## פרק שני – מספרים מרוכבים,

### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה המשוואה  $2z^2 - (m-2)^2z - \frac{1}{8}i = 0$ .

$z$  מספר מרוכב,  $m$  – פרמטר מרוכב.

א. מצא עבור אילו ערכים של  $m$  יש למשוואה פתרון יחיד.

ב. מצא אילו ערכים של  $m$ , מבין הערכים שמצאת בסעיף א, נמצאים ברביע הראשון

במישור גאוס.

ג. (1) הראה כי פתרונות המשוואה הנתונה עבור כל הערכים של  $m$  שמצאת

בסעיף א, נמצאים על ישר אחד במישור גאוס.

(2) מצא את משוואת הישר.

/המשך בעמוד 5/

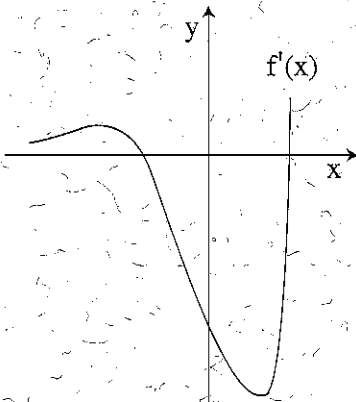
5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$ .  $a$  הוא פרמטר.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?  
 ב. מצא עבור אילו ערכים של  $a$  יש לפונקציה  $f(x)$  שתי נקודות קיצון.  
 ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- $x$ .  
 המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

- ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.  
 ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ז. לפניך סקיצה של



גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

מצא את השטח המוגבל

על ידי הגרף של  $f'(x)$ ,

על ידי הישר  $x = -5$ , על ידי ציר ה- $y$

ועל ידי ציר ה- $x$ .

**בהצלחה!**