

הצגה אחרת של הבעיה

(1)

נתון  $\angle B = 45^\circ$

(נתון)  $\angle CAK = \angle KAB = \alpha$

$\angle CAK = \angle KAB = \alpha$

נתון  $\angle ACB = 90^\circ$

$\angle ABC = 90 - 2\alpha$

180° סכום הזוויות ב-Δ

$\angle ABK = \angle KBC = \frac{90 - 45}{2} = 45 - \alpha$

AKB Δ - סכום הזוויות ב-Δ  $\angle AKB = 180 - \alpha - (45 - \alpha) = 135$

שלב הבא  
Δ AKB - P

$\frac{AB}{\sin \angle AKB} = 2R$

(2)

$\frac{AB}{\sin 135^\circ} = 18$

$AB = 12.728$

AK ~ (נתון) Δ AKB:

$\frac{AK}{\sin \angle ABK} = LR$

$\frac{AK}{\sin(45 - \alpha)} = 18$

$AK = 18 \sin(45 - \alpha)$

Δ AKD:

$\frac{AK}{\sin \angle ADK} = \frac{KD}{\sin \angle KAD}$

$\frac{18 \sin(45 - \alpha)}{\sin 90} = \frac{KD}{\sin \alpha}$

$KD = 18 \sin \alpha \sin(45 - \alpha)$

שלב הבא (F)

נתון  $\angle CAK = \alpha$   
נתון Δ AKB

$\alpha = 45 - \alpha$

$2\alpha = 45$

$\alpha = 22.5$

Δ AKC:

$\frac{CK}{\sin \angle CAK} = \frac{AK}{\sin \angle ACK}$

$\frac{CK}{\sin 22.5} = \frac{18 \sin 45}{\sin 45}$

$CK = 3.728$

# זיו כספי II

פסיכומטרי ובגרות  
www.zivcaspi.co.il

$$0 \leq x \leq \pi \quad f(x) = \cos 2x + 2 \sin x + a$$

(2)

$$f'(x) = -2 \sin 2x + 2 \cos x$$

(1) .k

$$f'(\frac{\pi}{6}) = -2 \sin 60^\circ + 2 \cos 30^\circ$$

$$f'(\frac{\pi}{6}) = 0$$

על פי הנחיה נניח 0

נניח  $x = \frac{1}{4}$  נקודת קיצון

(2)

$$y(\frac{1}{4}) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 1.5$$

נקודת קיצון  $y = 1.5$  (נקודה זו היא  $x = \frac{1}{4}$ )

נקודה זו היא  $(\frac{\pi}{6}, 1.5)$  נכנס ב-1 הנקודה הזו:

(3)

$$1.5 = \cos 60 + 2 \sin 30 + a$$

$$1.5 = 1.5 + a$$

$$a = 0$$

$$f(x) = \cos 2x + 2 \sin x$$

$$f'(x) = -2 \sin 2x + 2 \cos x$$

(4)

$$-2 \sin 2x + 2 \cos x = 0$$

$$-4 \sin x \cos x + 2 \cos x = 0$$

$$\cos x (-4 \sin x + 2) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad -4 \sin x + 2 = 0$$



**זיו כספי**  
 פסיכומטרי ובגרות  
 www.zivcaspi.co.il

III

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

אם  $x \in [0, \pi]$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{5\pi}{6}$$

$$x=0$$

$$x=\pi$$

אם  $x \in [0, \pi]$

אם  $x \in [0, \pi]$  אז  $y \in [0, 1]$  ויש נקודות

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1.5$$

$$y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1.5$$

$$y(0) = 1$$

$$y(\pi) = 1$$

$$y'' = -4\cos 2x - 2\sin x$$

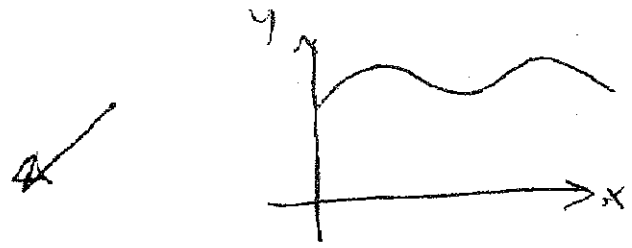
$$y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 > 0 \Rightarrow \text{min}$$

$$y''\left(\frac{\pi}{6}\right) = -4.76 < 0 \Rightarrow \text{max}$$

$$y''\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -2 < 0 \Rightarrow \text{max}$$

$(0, 1)$  min  $\left(\frac{\pi}{6}, 1.5\right)$  max  $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$  min  
 (max) (min) (max)

$\left(\frac{5\pi}{6}, 1.5\right)$  max  $\left(\pi, 1\right)$  min  
 (max) (min)



9

**זיו כספי**  
 פסיכומטרי ובגרות  
 www.zivcaspi.co.il

III

נמצא נקודת מינימום של הפונקציה  $y = 2x^2 + 1$  בנקודה  $(0, 1)$

$$y(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$(0, 1)$$

הפונקציה  $f(x) = 2x^2 + 1$  היא פונקציה

קמורה כלפי מעלה ולכן נקודת המינימום היא:

$$f'(x) = 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

אם  $x = 0$  אז  $y = 1$  ולכן נקודת המינימום היא  $(0, 1)$

לפונקציה  $f(x) = 2x^2 + 1$  יש נקודת מינימום בנקודה  $(0, 1)$

אם  $x = 0$  אז  $y = 1$  ולכן נקודת המינימום היא  $(0, 1)$

החזרה

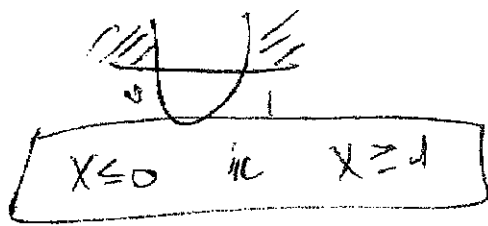
V

$$x^2 - x \geq 0$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1$$

3. 1c. 2. 1



אם נבחר  $y = 0$   
 $(0, 0)$

אם נבחר  $x = 0$ ,  $y = 0$

$$0 = -3x \sqrt{x^2 - x}$$

$$-3x = 0 \quad \sqrt{x^2 - x} = 0$$

$$x = 0 \quad x^2 - x = 0$$

$(0, 0)$        $x = 0 \quad x = 1$

$(1, 0)$

אם נבחר  $x = 1$ ,  $y = 0$

$$f(x) = -3\sqrt{x^2 - x} + \frac{(2x - 1) \cdot -3x}{2\sqrt{x^2 - x}}$$

$$0 = -3\sqrt{x^2 - x} + \frac{-3x(2x - 1)}{2\sqrt{x^2 - x}} \quad / \cdot 2\sqrt{x^2 - x}$$

$$0 = -6(x^2 - x) + 3x(2x - 1)$$

$$0 = -6x^2 + 6x + 6x^2 - 3x$$

$$0 = -3x$$

$$0 = 3x(4x - 3)$$

$$x=0 \quad x = \frac{3}{4} \quad \text{ממא}$$

ממא  $f''(x) = -24x + 9$

$$f''(0) = 9 > 0 \Rightarrow \text{min}$$

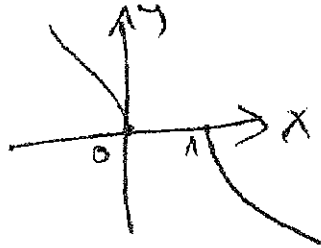
הפונקציה מוגדרת במסוים  $x \leq 0$  או  $x \geq 1$   
 במסוים נקרא נ"מ ה"א וי"א י"ב כיון ש  $x=0$   
 ה"א  $x=1$  ה"ב.

במסוים  $x \geq 1$  ש"כ ה"א ה"ב ה"ג

ממא  $f'(2) = -12 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2 = -30$

ה"א ה"ב ה"ג  $x=2$  במסוים ה"א ה"ב  
 י"א  $x=1$  ה"א ה"ב ה"ג  
 ה"א ה"ב ה"ג י"א  $x=0$  ה"א ה"ב ה"ג

(ש"כ ה"א ה"ב!)

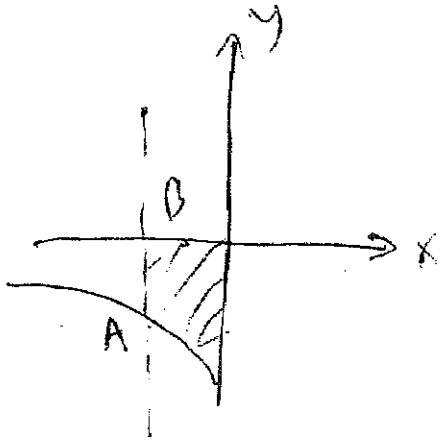


(3)

$$0 < k < 1$$

(4)

VII



$y_B = 0$   
 נקודת המפגש

$$y_B - y_A = 1.25$$

$$0 - y_A = 1.25$$

$$y_A = -1.25$$

10 (4)

$$-1.25 = e^{2x} - 3e^x$$

$$e^x = t \quad \text{מופ}$$

המשוואה החדשה

$$-1.25 = t^2 - 3t$$

$$t^2 - 3t + 1.25 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 2$$

$$t_{1,2} = \frac{3 \pm 2}{2} \quad t_1 = 2.5$$

$$t_2 = 0.5$$

$$e^x = 2.5$$

$$x = \ln 2.5$$

$$e^x = 0.5$$

$$x = \ln 0.5$$

נקודות המפגש

שטח

$$S = \int_{\ln 0.5}^{\ln 2.5} [0 - (e^{2x} - 3e^x)] dx =$$

$$\int_{\ln 0.5}^{\ln 2.5} (-e^{2x} + 3e^x) dx =$$



VIII

$$\left. \frac{-e^{2x}}{2} + 3e^x \right|_{\ln 0.5}^0 = \frac{-e^0}{2} + 3e^0 - \left( \frac{-e^{2 \ln 0.5}}{2} + 3e^{\ln 0.5} \right) =$$

$$2.5 - 1.375 = 1.125$$

$$f(x) = x^2 \ln x - 2x^2$$

... (10) (5)

$$\boxed{x > 0}$$

$$f'(x) = 2x \ln x + \frac{x^2}{x} - 4x$$

(2)

$$0 = 2x \ln x + x - 4x$$

$$0 = 2x \ln x - 3x$$

$$0 = x(2 \ln x - 3)$$

$$\begin{aligned} x &= 0 & 2 \ln x &= 3 \\ \text{מאחר ש} & & \ln x &= 1.5 \\ & & x &= e^{1.5} \end{aligned}$$

$$f(e^{1.5}) = e^3 \cdot \ln(e^{1.5}) - 2e^3 = -\frac{1}{2}e^3$$

$$f''(x) = 2 \ln x + \frac{2x - 2}{x^2} - 3$$

$$f''(e^{1.5}) = 2 \ln e^{1.5} - 1 = 3 > 0 \Rightarrow \text{min}$$

$$(e^{1.5}, -\frac{1}{2}e^3) \text{ min}$$



IX

עג) עם ציר x, y=0:

$$0 = x^2 \ln x - 2x^2$$

$$0 = x^2 (\ln x - 2)$$

~~x=0~~  
אם x=0

$$\ln x = 2$$

$$x = e^2$$

(e<sup>2</sup>, 0)

עם ציר y - אם x=0

אם לפונקציה יש נקודות קיצון מקומיות אזי זהו נקודת קיצון (3)

אם יש נקודת קיצון מקומית אזי זהו נקודת קיצון

הי x לפונקציה, ואם x=0 אזי זהו נקודת קיצון

אם זהו נקודת קיצון מקומית